22.12.2025

Die „allgemeinere“ Relation zwischen Masse, Energie und Impuls in der speziellen Relativitätstheorie

Überlegungen von Dr. Manfred Pohl

Für die Newtonsche Mechanik ist bekannt, daß eine Masse m die Ruheenergie $E = mc^2$ und den Impuls $p = mv$ hat. Diese Erkenntnis soll auf spezielle Relativitätstheorie erweitert werden.

In der Literatur findet man dazu die folgende Aussage:

> In der speziellen Relativitätstheorie wird die Beziehung zwischen Energie (E), Impuls (p) und Masse (m) durch die allgemeinere Formel der Energie-Impuls-Beziehung beschrieben:
>
> $$E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2. \qquad (1)$$

Was sagt diese Gleichung aus und wie entsteht sie? Man findet zu dieser Frage eine Herleitung, in der wie folgt vorgegangen wird:

> Im ruhenden Inertialsystem ist
>
> $$E = m \cdot c^2. \qquad (2)$$
>
> Im bewegten Inertialsystem ist
>
> $$m' = m \cdot \gamma \;, \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \text{ – Lorentztransformation.} \qquad (3)$$

Das bedeutet, daß sich die Ruhemasse m im bewegten System um einen Betrag vergrößert, der von seiner Geschwindigkeit abhängt. Bezeichnet man korrekterweise die Ruhemasse mit m_0, so kann die Gesamtmasse m als $m = m_0 + m_{dyn}$ verstanden werden. Die Masse m vergrößert sich um den Betrag der dynamischen (der bewegten) Masse im bewegten Inertialsystem. Diese dynamische Masse ist bei Geschwindigkeiten $v \ll c$ vernachlässigbar klein, bei großen Geschwindigkeiten v nahe der Lichtgeschwindigkeit ist sie verschieden von null: $m_{dyn} > 0$.

Weiter in der Herleitung:

> Damit ergibt sich für das bewegte System
>
> **a) Die Energie:**
>
> $$E = m \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2 \text{ und weiter} \qquad (4)$$
>
> $$E^2 = m^2 \cdot c^4 \cdot \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}. \qquad (5)$$
>
> **b) Der Impuls:**
>
> $$p = m \cdot v \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{und weiter} \qquad (6)$$
>
> $$p^2 = (mv)^2 \cdot \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} \qquad (7)$$

$$(pc)^2 = (mv)^2 \cdot \frac{c^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} \tag{8}$$

Subtrahiert man b) von a), entsteht

$$E^2 - (pc)^2 = (m^2c^4 - m^2v^2c^2) \cdot \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} \quad \text{und weiter} \tag{9}$$

$$E^2 - (pc)^2 = (m^2c^4 - m^2v^2c^2) \cdot \frac{c^2}{c^2-v^2}$$

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^2 \cdot (c^2 - v^2) \cdot \frac{c^2}{c^2-v^2} = m^2c^4. \tag{10}$$

Warum man an dieser Stelle (8) von (5) subtrahiert, wird nicht erklärt. Dieser Ableitungsschritt ist suspekt. Er kann physikalisch nicht gedeutet werden. Schlußendlich entsteht daraus:

$$\boldsymbol{E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2} \tag{11}$$

Mit dieser Subtraktion hat man für das bewegte System ohne Begründung die Ruhemasse m anstelle der bewegten Masse m' in die Rechnung eingeführt, weil sich der Lorenzfaktor dabei zu eliminieren scheint. Das führt am Ende dazu, daß der Impuls aus der weiteren Berechnung herausfällt, wie die unten vorgenommene Überprüfung zeigt.

Die These, die gegenwärtig in der Physik offiziell vertreten wird, lautet:

> Für masselose Teilchen (Teilchen ohne Ruhemasse, heißt $m = 0$) entsteht der Impuls durch bewegte Energie. Das vereinfacht die Formel zu:
>
> $$E = p \cdot c \quad \text{oder} \quad p = E/c. \tag{12}$$

Diese Annahme entsteht, weil man davon ausgeht, daß auch bei $m = 0$ der Impuls $p > 0$ ist. Das ist der Irrtum, der dieser Vorgehensweise anhaftet. Wie immer man einen Impuls auch zu erklären versucht, in jedem Falle ist er $p = m' \cdot v$, und für $m = 0$ ist auch $m' = 0$ und damit auch $p = 0$. Gleichung (12) ist folglich entstanden, indem in (11) im ersten Summanden die Masse null gesetzt worden ist, im zweiten aber nicht.

Überprüfung:

Aus Gleichung (11) ergibt sich:

$$E^2 = c^2 \cdot ((mc)^2 + p^2).$$

Anstelle des Impulses setzte ich $p = mv\gamma = m'v$, wie in (6) angegeben. Damit wird

$$\left(\frac{E}{c}\right)^2 = m^2c^2 + m^2v^2\gamma^2$$

$$\left(\frac{E}{c}\right)^2 = m^2 \cdot (c^2 + v^2\gamma^2)$$

$$\frac{E}{c} = m \cdot \sqrt{c^2 + v^2\gamma^2}$$

$$\frac{E}{c} = m \cdot \sqrt{c^2 + v^2 \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m\sqrt{c^2 + \frac{v^2c^2}{c^2-v^2}}$$

$\frac{E}{c} = m\sqrt{\frac{c^4 - c^2v^2 + c^2v^2}{c^2 - v^2}} = m\frac{c^2}{\sqrt{c^2 - v^2}} = m\frac{c^2}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = c \cdot \gamma$ und letztendlich

$\boldsymbol{E = mc^2\gamma = m'c^2}$

wie oben in (4) angesetzt.

Daß der Impuls hier aus der Berechnung verschwunden ist, erklärt nach meiner Auffassung anschaulich, daß unter der Annahme von $m = 0$ keiner vorhanden sein kann.

Für ein Teilchen ohne Ruhemasse ist $m = 0.$ Damit ist aber auch $m' = 0.$ Das bedeutet, ein Teilchen ohne Ruhemasse hat in allen Inertialsystemen weder eine Energie noch einen Impuls, Folglich muß das Photon, das einen experimentell nachgewiesenen Impuls größer null hat, eine Ruhemasse haben.

Die Gleichung (12), die von einer nicht vorhandenen Ruhemasse ausgeht, kann folglich nicht auf die gegebene Weise verwendet werden, einen Impuls zu begründen.

Die Ursache für diese Fehlhaltung sehe ich darin, daß grundsätzlich angenommen wird, die Masse sei nicht quantiert. Geht man von einer Quantierung der Masse aus, deren Wirkungsquantum ich zu $7{,}37249732 \cdot 10^{-51} kg \cdot s$ berechnet habe, lassen sich die Irrtümer beheben.